

VERSUCH EINER DARSTELLUNG DES GROSSRÄUMIGEN BEWÖLKUNGSFELDES DURCH TSCHEBYTSCHJEFF'SCHE POLYNOME

von

RÁKÓCZI F.

Institut für Meteorologie, Eötvös Universität, Budapest

Eingegangen: 15 März 1974

SUMMARY

The picture of the large scale cloudiness-field obtained through artificial satellites is described by means of Chebyshev polynomials. The results show that an accuracy desired by the practice can be attained using a few polynomials only.

Die Erscheinung der meteorologischen künstlichen Satelliten und die praktische Anwendung der durch diese erhaltenen Informationen lenkten die Aufmerksamkeit wiederholt und in verstärkter Masse an die Eigenschaften der Wolkenfelder hin. Die von den Televisionsapparaten übermittelten Wolkenbilder, als Zeichen der am meisten grundlegenden meteorologischen Vorgänge können als sichtbare Bilder der sich im Grossraum abspielenden Ereignisse aufgefasst werden. Schon der Besitz der Wolkenbilder selbst repräsentiert eine ernste Stütze sowohl für Theorie als auch für die Praxis. Es ist verständlich, dass man sich bemüht, die Konturen der erhaltenen Bilder so genau wie möglich darzustellen. Solch eine Anforderung trat schon im Laufe der Analyse der an der Erde durchgeführten Beobachtungen auf (Muszaján und Csekirga 1964), jedoch nicht selbstbezweckt, sondern dem Wunsch entsprechend, um das Wolkenfeld mit dem mit ihm eng verbundenen vertikalen Strömungsfeld quantitativ vergleichen zu können und so aus den Bedeckungsverhältnissen auf die mit ihnen verbundenen barischen Bildungen Folgerungen zu ziehen.

Die quantitative Analyse der durch die Televisionsapparate der künstlichen Satelliten aufgenommenen Bilder ist eine Aufgabe, die keinesfalls von Problemen frei ist. Vielmehr stellt sie eine Arbeit dar, die eine grosse Aufmerksamkeit und gehörige Erfahrung beansprucht. Zurzeit ist es üblich, die durch künstliche Satelliten bestimmten Bedeckungsverhältnisse mit fünf Stufen anzugeben: 10 Zehntel = bedeckt, 9–7 Zehntel: kompakte Bewölkung, 6–4 Zehntel: erhebliche Bewölkung, 3–1: geringe Bewölkung, 0 Zehntel: klarer Himmel. Wie wir sehen, wird die Analyse der Bedecktheit in der täglichen Praxis in Form von Stufen angegeben. Neben der numerischen Angabe der Gesamtbedeckung enthalten die auf Grund der Wolken-Bilder ausgearbeiteten Neph-Analysen noch weitere Indikatoren, die sich auf die

Wolkenform, auf die eventuell mit diesen zusammenhängenden Strömungen, sowie auf ihren vertikalen Aufbau beziehen.

Unsere Fragestellung war eine Beschreibung der grossräumigen Verteilung der Bedecktheit mittels einer mathematischen Formel. Und zwar, wir zerlegten das Bedeckungsfeld mit Hilfe von orthogonalen Tschebitscheff'schen Polynomen, bestimmten die Koeffizienten dieser Polynome, und untersuchten es, dass die einzelnen Grundpolynome oder Kreutzpolynome einen wie hohen Prozentsatz der Streuung um den Mittelwert darstellen. So konnten wir feststellen, welche sind diejenige Polynome, mit deren Hilfe das Feld mit angegebenen Genauigkeit reproduziert werden könnte.

Vor einer eingehenden Diskussion der Untersuchungsergebnisse geben wir eine kurze Zusammenfassung der benutzten mathematischen Methode.

Bei der Anwendung der Tschebitscheff'schen Polynome ist der erste Schritt die angebrachte Auswahl der zu benutzenden Netzkpunkte. Im Falle einer Untersuchung von meteorologischen Elementen können die Schnittpunkte der Breiten- und Längen-Kreise ein zweckmässiges Netz representieren.

Die Netzkpunkte seien durch x_i ($i = 1, 2, \dots, m$) und y_j ($j = 1, 2, \dots, m'$) angegeben. Die in den Netzkpunkten abgelesenen Feldwerte werden durch z_{ij} bezeichnet und in Form einer Potenzreihe, wie folgt, dargestellt:

$$\begin{aligned} z_{ij} &= a_{00} + a_{10} x_i + a_{01} y_j + a_{20} x_i^2 + a_{11} x_i y_j + a_{02} y_j^2 \dots \\ &= \sum_{n=0}^{m-1} \sum_{k=0}^{m'-1} a_{nk} x_i^n y_j^k. \end{aligned} \quad (1)$$

Die höchsten Potenzen der Reihenentwicklung sind $m-1$, bzw. $m'-1$. Die zu Verfügung stehenden Gleichungen der Anzahl a_{nk} werden gleich viele Unbekannten enthalten.

Es sollen nun in (1) die Polynome folgender Form eingeführt werden:

$$f_{ni} = \sum_{r=0}^n A_{nr} x_i^r, \quad g_{kj} = \sum_{s=0}^k B_{ks} y_j^s \quad (2)$$

Als Resultat erhalten wir die folgenden Ausdrücke:

$$\begin{aligned} z_{ij} &= b_{00} f_{0i} g_{0j} + b_{10} f_{1i} g_{0i} + b_{01} f_{0i} g_{1j} + b_{20} f_{2i} g_{0j} + \\ &+ b_{11} f_{1i} g_{1j} + b_{02} f_{0i} g_{2j} + \dots \\ &= \sum_{n=0}^{m-1} \sum_{k=0}^{m'-1} b_{nk} f_{ni} g_{kj}, \end{aligned} \quad (3)$$

wobei die Koeffizienten b_{nk} Funktionen der Koeffizienten A_{nk} sind, und wenn wir von der Annahme $A_{00} = B_{00} = 1$ Gebrauch machen, werden wir $f_{01} = g_{01} = 1$ haben; (3) geht dann in den Ausdruck

$$z_{ij} = b_{00} + \sum_{n=1}^{m-1} b_{n0} f_{ni} + \sum_{k=1}^{m'-1} b_{0k} g_{jk} + \sum_{n=1}^{m-1} \sum_{k=1}^{m'-1} b_{nk} f_{ni} g_{kj} \quad (4)$$

über. So erhalten wir mm' Gleichungen mit mm' Unbekannten; es ist nämlich die Anzahl der Koeffizienten b_{nk} : $(m-1)(m'-1)$, die der

 $\lambda = 20^\circ \text{W} - 10^\circ \text{E}$
 $\varphi = 55^\circ \text{N} - 35^\circ \text{N}$

n	k	b_{nk}	U_{nk}	$r = U_{nk}/S$	$PR = 100 r^2$
1	0	-0,91	-10,74	-0,38	15
2	0	0,42	8,54	0,30	9
3	0	0,53	2,47	0,09	1
4	0	0,07	2,02	0,07	0
5	0	0,09	1,81	0,06	0
6	0	-0,08	-5,10	-0,18	3
0	1	-1,93	-16,13	-0,56	33
0	2	0,24	2,32	0,08	0
0	3	0,07	0,60	0,02	0
0	4	0,09	1,94	0,07	0
1	1	0,01	0,12	0,00	0
2	1	0,02	0,69	0,03	0
3	1	-0,68	-5,29	-0,19	3
4	1	-0,09	-3,44	-0,12	2
5	1	-0,07	-2,07	-0,07	0
6	1	-0,05	-4,60	-0,16	3
1	2	0,09	1,72	0,06	0
2	2	-0,10	-3,50	-0,13	1
3	2	0,04	0,33	0,01	0
4	2	0,20	9,46	0,34	11
5	2	0,06	2,10	0,08	0
6	2	0,02	2,02	0,07	0
1	3	-0,03	-0,54	-0,02	0
2	3	0,16	4,66	0,17	3
3	3	0,28	2,19	0,08	0
4	3	0,02	0,64	0,02	0
5	3	-0,14	-3,97	-0,14	2
6	3	0,03	2,53	0,09	1
1	4	0,00	0,07	0,00	0
2	4	0,00	-0,33	-0,01	0
3	4	-0,36	-7,27	-0,26	7
4	4	-0,06	-6,15	-0,22	5
5	4	-0,01	-1,08	-0,04	0
6	4	-0,01	-3,46	-0,12	1

Tab. I. 3ter Juli 1968

b_{0k} : $(m'-1)$, die der b_{n0} : $(m-1)$; dazu kommt noch ein einziger Koeffizient: b_{00} .

Zur Vereinfachung der Berechnungen machen wir die folgenden Annahmen:

1. Sowohl m , als m' sollen gerade sein.
2. f_{ni} und g_{kj} sind orthogonale Polynome, d. h.

$$\sum_{i=1}^m f_{ri} f_{si} = 0, \quad \sum_{j=1}^{m'} g_{rj} g_{sj} = 0, \quad \text{wenn } r \neq s \text{ ist,} \quad (5)$$

$$\lambda = 5 \text{ E} - 35 \text{ E}$$

$$p = 55 \text{ N} - 35 \text{ N}$$

n	k	b_{nk}	U_{nk}	$r = U_{nk}/S$	$PR=100 \text{ } r^2$
1	0	0,57	6,76	0,27	7
2	0	0,12	2,44	0,09	1
3	0	-0,23	-1,27	-0,05	1
4	0	-0,12	-3,19	-0,13	2
5	0	0,32	6,54	0,27	7
6	0	0,04	2,51	0,10	1
0	1	-1,64	-13,74	-0,56	31
0	2	-0,44	-4,34	-0,18	3
0	3	0,43	3,58	0,15	2
0	4	0,22	4,87	0,20	4
1	1	-0,30	-4,95	-0,20	4
2	1	0,01	0,17	0,00	0
3	1	0,12	0,91	0,04	0
4	1	0,16	6,39	0,26	7
5	1	-0,21	-6,11	-0,25	6
6	1	-0,01	-1,34	-0,05	1
1	2	0,07	1,36	0,06	1
2	2	0,01	0,20	0,01	0
3	2	0,30	2,73	0,11	1
4	2	-0,10	-4,82	-0,20	4
5	2	0,03	1,08	0,04	0
6	2	-0,01	-1,12	-0,05	1
1	3	-0,12	-2,03	-0,08	1
2	3	-0,13	-3,66	-0,15	2
3	3	0,10	0,77	0,03	0
4	3	0,00	-0,05	0,00	0
5	3	0,06	1,86	0,08	1
6	3	0,01	0,60	0,02	0
1	4	0,01	0,23	0,01	0
2	4	0,04	3,00	0,12	1
3	4	-0,36	-7,42	-0,30	9
4	4	0,02	2,27	0,09	1
5	4	-0,03	-1,90	-0,08	1
6	4	0,00	1,08	0,04	0

Tab. 2. 3ter Juli 1968

wobei

$$r, s = 1, 2, \dots, m-1, \quad r, s = 1, 2, \dots, m'-1.$$

Dadurch erreichen wir, dass die A_{nr} und B_{ks} Koeffizienten nur von den Koordinaten x und y abhängen und die Polynome voneinander unabhängig sind, und somit voneinander unabhängig berechnet werden können.

3. Die Verteilung des Netzes ist gleichmässig, wobei erreicht wird, dass die Koeffizienten A_{nr} und B_{ks} nur die Funktionen von m und m' sind.

$$\lambda = 20^\circ \text{ W} - 10^\circ \text{ E}$$

$$\varphi = 55^\circ \text{ N} - 35^\circ \text{ N}$$

n	k	b_{nk}	U_{nk}	$r = U_{nk}/S$	$PR = 100 r^2$
1	0	0,23	2,71	0,21	4
2	0	0,04	0,88	0,07	0
3	0	-0,27	-1,46	-0,11	1
4	0	-0,01	-0,22	-0,02	0
5	0	0,18	3,71	0,28	8
6	0	-0,02	-1,32	-0,10	1
0	1	-0,67	-5,62	-0,43	18
0	2	-0,19	-1,92	-0,15	2
0	3	-0,37	-3,11	-0,24	6
0	4	-0,01	-0,27	-0,02	0
1	1	-0,18	-2,99	-0,23	5
2	1	0,00	0,00	0,00	0
3	1	0,15	1,16	0,09	1
4	1	0,03	1,25	0,10	1
5	1	-0,05	-1,38	-0,11	1
6	1	-0,02	-2,31	-0,18	3
1	2	-0,11	-2,12	-0,16	3
2	2	0,05	1,81	0,14	2
3	2	-0,04	-0,33	-0,03	0
4	2	0,02	0,93	0,07	0
5	2	-0,07	-2,45	-0,19	3
6	2	0,01	1,35	0,10	1
1	3	-0,11	-1,79	-0,14	2
2	3	-0,01	-0,35	-0,03	0
3	3	-0,05	-0,39	-0,03	0
4	3	0,04	1,45	0,11	1
5	3	0,07	2,07	0,16	2
6	3	0,02	1,91	0,15	2
1	4	0,13	5,69	0,43	19
2	4	0,00	-0,16	-0,01	0
3	4	-0,08	-1,61	-0,12	1
4	4	0,00	0,38	0,03	0
5	4	-0,05	-3,83	-0,29	8
6	4	0,01	3,03	0,23	5

Tab. 3. 13ter Februar 1974

4. Im Laufe der Berechnungen werden wir orthogonale Tschebyscheff-Polynome anwenden, die der Bedingung

$$\sum_{i=1}^m f_{ni} = 0 \quad \text{und} \quad \sum_{j=1}^{m'} g_{kj} = 0 \quad (6)$$

Genüge leisten. Die Werte dieser Funktionen stehen uns in tabellarischer Form zu Verfügung. [2, 3, 4].

$$\lambda = 5^\circ \text{ E} - 35^\circ \text{ E}$$

$$\varphi = 55^\circ \text{ N} - 35^\circ \text{ N}$$

n	k	b_{nk}	U_{nk}	$r = U_{nk}/8$	$PR = 100 r^2$
1	0	0,09	1,01	0,09	1
2	0	0,04	0,78	0,07	1
3	0	0,27	1,46	0,12	2
4	0	-0,03	-0,87	-0,07	1
5	0	-0,02	-0,49	-0,04	0
6	0	0,00	0,21	0,02	0
0	1	-0,71	-5,97	-0,50	25
0	2	-0,33	-3,23	-0,27	8
0	3	-0,50	-4,18	-0,35	12
0	4	0,04	0,86	0,07	1
1	1	0,20	3,41	0,29	8
2	1	0,03	0,79	0,07	1
3	1	-0,32	-2,46	-0,21	4
4	1	-0,04	-1,68	-0,14	2
5	1	0,02	0,66	0,06	0
6	1	0,01	0,57	0,05	0
1	2	-0,08	-1,67	-0,14	2
2	2	-0,06	-2,04	-0,17	3
3	2	-0,24	-2,18	-0,18	4
4	2	0,00	0,00	0,00	0
5	2	-0,01	-0,32	-0,03	0
6	2	0,01	1,13	0,10	1
1	3	0,08	1,26	0,11	1
2	3	-0,07	-2,11	-0,18	3
3	3	0,12	0,90	0,08	1
4	3	0,00	-0,08	-0,01	0
5	3	0,01	0,24	0,02	0
6	3	0,02	1,82	0,13	3
1	4	-0,08	-3,46	-0,29	9
2	4	0,03	2,10	0,18	3
3	4	-0,04	-0,83	-0,07	1
4	4	0,00	0,20	0,02	0
5	4	0,03	1,89	0,16	3
6	4	0,00	-0,63	-0,05	0

Es sollen diejenige b_{nk} - Koeffizienten gesucht werden, für welche die Bedingung

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{m'} \left(z_{ij} - \sum_{n=0}^{m-1} \sum_{k=0}^{m'-1} b_{nk} f_{ni} g_{kj} \right)^2 = \min \quad (7)$$

erfüllt wird. Die Formeln zur Berechnung der erwünschten Koeffizienten sind die folgenden:

$$\left. \begin{aligned} b_{00} &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{m'} z_{ij} : mm' = \bar{z}_{ij}, \\ b_{n0} &= \sum_{i=1}^m f_{ni} \sum_{j=1}^{m'} z_{ij} : m' \sum_{i=1}^m f_{ni}^2, \\ b_{0k} &= \sum_{i=1}^{m'} g_{kj} \sum_{i=1}^m z_{ij} : m \sum_{j=1}^{m'} g_{kj}^2, \\ b_{nk} &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{m'} f_{ni} g_{kj} z_{ij} : \sum_{i=1}^m f_{ni}^2 \sum_{j=1}^{m'} g_{kj}^2. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Wenn wir die Koeffizienten b_{n0} , b_{0k} und b_{nk} - einen nach dem anderen - mit den Ausdrücken

$$\sqrt{m' \sum_{i=1}^m f_{ni}^2}, \quad \sqrt{m \sum_{j=1}^{m'} g_{kj}^2}, \quad \sqrt{\sum_{i=1}^m f_{ni}^2 \sum_{j=1}^{m'} g_{kj}^2}$$

multiplizieren, dann erhalten wir die Antwort auf die Frage, welcher Prozentsatz der Streuung um den Feldmittelwert durch das betreffende Polynom dargestellt wird. Weiterhin, wenn wir das Quadrat des erhaltenen Resultats (u_{n0}^2 , u_{0k}^2 , u_{nk}^2) mit der Anzahl der Netzkpunkte (mm') dividieren, dann erhalten wir die Information darüber, welcher Prozentsatz der Streuung des Feldes durch die f_n - bzw. g_k - Polynome, oder aber durch die Produkte $f_n g_k$ der Polynome (diese sind die sogenannten Kreutz-Polynome) repräsentiert wird. Standardisierte Grössen erhalten wir durch Division mit der Grösse:

$$s^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{m'} (z_{ij} - \bar{z})^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{m'} z_{ij}^2 - mm' \bar{z}^2 \quad (9)$$

und die Güte der Approximation des Feldes mittels des gegebenen Polynoms können wir durch die Grösse

$$r_{nk} = u_{nk}^2 : s^2 \quad (10)$$

messen. Die Zahl $100 r_{nk}^2$ gibt denjenigen Prozentsatz der ganzen Streuung an, welchen das gegebene Polynom leisten kann. Dies Grösse soll als prozentige Reduktion gelten.

Nach der Beschreibung der mathematischen Grundlagen sollen wir uns nun dem Anwendungsbeispiel zuwenden.

In unseren Beispielen werden wir uns mit den Bewölkungsfeldern beschäftigen, die am 13ten Februar 1968 durch die künstlichen Erdsatelliten „ESSA-3“ und „KOZMOSZ 184-144“ aufgenommen, bzw. auf Grund der Wolkenbilder der Satelliten „ESSA 5-6“ und „KOZMOSZ 226“ analysiert wurden. Das Untersuchungsgebiet erstreckt sich zwi-

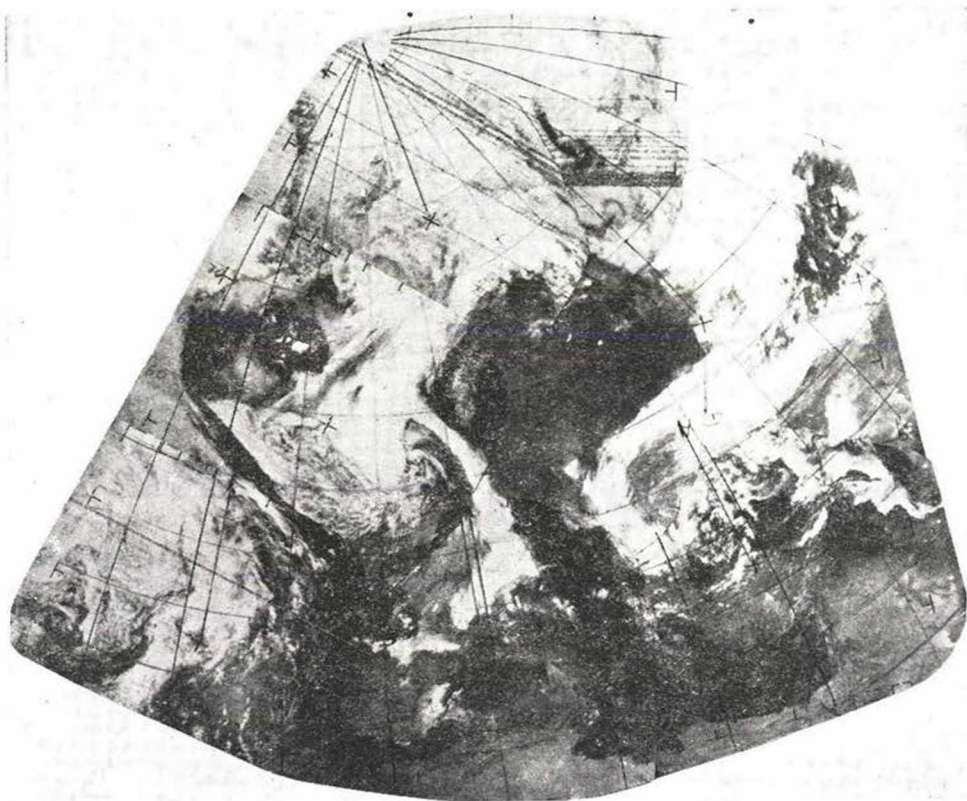


Abb. 1.

schen 55° – 35° nördlicher Breite und zwischen 20° W– 35° E Längengraden. Als Netzkpunkte wurden die Schnittpunkte der Breiten- und Längengraden, und zwar von 5 zu 5 Grad genommen; da wir aber die Werte $m = 7$ und $m' = 5$ als Rechnungsgrundlage einführen, zerlegten wir das Untersuchungsgebiet in zwei Untergebiete so, dass in der östlichen und westlichen Hälfte des Gebietes eine Überdeckung zustande kommen soll.

Die Analyse der sommerlichen und winterlichen Wolkenbilder wurde in der Hydrometeorologischen Zentrale der Sowjetunion vorgenommen und uns zusammen mit den forzuführenden Neph-Analysen-Karten zu Verfügung gestellt. Am 3ten Juli 1968 wurden die Daten der über uns hinwegziehenden Satelliten auch vom ungarischen Dienst aufgenommen, so dass wir im Stande sind, diese zu zeigen (Abb. 1.) Wir können sehen, dass — entsprechend der sommerlichen Wetterlage — im Untersuchungsgebiet recht komplizierte Bedeckungsverhältnisse herrschten. Ein winterliches Lagebild können wir nicht vorführen, da die entsprechenden Aufnahmen nicht zu Verfügung stehen.

Das Resultat des oben dargestellten mathematischen Verfahrens wurde in tabellarischer Form zusammengestellt. Infolge der schon erwähnten Aufteilung auf zwei Untergebiete erhalten wir insgesamt vier Tabellen. Davon beziehen sich die ersten zwei auf die sommerlichen Wolkenverhältnisse, während die zwei andere das winterliche Bild angeben.

Der Aufbau der Tabelle ist wie folgt: Die erste und zweite Kolonne enthalten die sich auf die entsprechenden Koeffizienten beziehenden n bzw. k Zahlen. In der dritten Kolonne finden wir die Werte der gewünschten b_{nk} Koeffizienten, während in der vierten Kolonne die nicht normalisierten u_{nk} -Werte figurieren und deren normalisierte Werte in der 5ten Kolonne zu finden sind. Die in der 6ten Kolonne angeführten Zahlenwerte geben an, welchen Prozentsatz der Streuung um den Mittelwert des Feldes die in Frage stehenden Polynome representieren, d. h. diese zeigen an, welcher von den Koeffizienten b_{nk} bei der Beschreibung des Feldes durch Tschebitscheff'sche Polynome in Betracht gezogen werden soll, bzw. sich als vorteilhaft dazu darbietet. Gleichzeitig gibt deren Summe an, mit welcher Genauigkeit wir das Feld beschreiben können. Die in der Tabelle unterstrichenen Zahlen geben an, welche Koeffizienten von uns bei der tatsächlichen Berechnung benutzt wurden. So bei der Beschreibung der östlichen Hälfte des sommerlichen Lagebildes benutzten wir die folgenden 14 Koeffizienten $b_{00}, b_{01}, b_{10}, b_{40}, b_{50}, b_{02}, b_{03}, b_{04}, b_{11}, b_{41}, b_{51}, b_{42}, b_{23}, b_{34}$, und erreichten dabei eine Beschreibung des Feldes mit 88%-iger Genauigkeit.

Bei der Beschreibung der westlichen Hälfte des Feldes benutzten wir bei der Berechnung die Koeffizienten: $b_{00}, b_{10}, b_{20}, b_{60}, b_{31}, b_{61}, b_{42}, b_{23}, b_{34}, b_{54}, b_{01}$ und mit diesen 11 Koeffizienten erreichten wir einer Genauigkeit von 92%.

Im Falle des weniger kompliziert erscheinenden winterlichen Bildes hatten wir bei einer 87%-tigen Beschreibung des östlichen Teilgebietes 16 Koeffizienten in Betracht zu ziehen; diese sind, wie folgt: $b_{00}, b_{30}, b_{01}, b_{02}, b_{03}, b_{11}, b_{31}, b_{41}, b_{12}, b_{22}, b_{32}, b_{23}, b_{63}, b_{14}, b_{24}, b_{54}$. In der Westhälfte bei der Beschreibung von Gebieten über dem Meer konnten wir die Darstellung des Bewölkungsfeldes mit der Benutzung von 17 Koeffizienten mit einer Genauigkeit von 92% durchführen.

φ \ λ	20° W	15°	10°	5°	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35° E
55° N	10 10	10 8	10 10	10 9	10 10	0 0	10 9	0 0(1)	0 1	10 10	10 10	10 8
50°	10 10	10 10	10 9	0 2	0 1	0 0(-1)	10 9	4 4	4 6	10 8	4 5	7 8
45°	10 9	10 10	0 0	0 1	0 0(-1)	10 10	0 0	2 1	4 6	10 10	7 7	6
40°	4 5	7 6	0 0(-1)	0 3	0 0(-1)	0 0	0 1	0 1	0 0	0 0	0 3	4 5
35°	7 8	0 0	0 0(-1)	0 3	0 0(-2)	0 0	0 0	0 1	0 1	0 0	0 1	0 1

Tab. 5. Die beobachteten und berechneten Werte der Bewölkung (3ter Juli 1968)

λ q	20° W	15°	10°	5°	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35° E
55° N	7	7	7	7	9	10	10	10	10	7	7	7
	7	7	8	8	9	10	10	9	10	8	7	8
50°	7	10	4	7	10	4	7	10	7	7	7	9
	6	9	4	7	10	4	7	10	8	7	6	7
45°	4	4	6	6	10	10	10	7	7	7	7	10
	3	5	7	6	10	9	10	7	7	8	8	10(13)
40°	7	10	4	9	6	7	7	7	7	7	10	10
	7	10	4	10	7	6	6	8	8	7	9	8
35°	7	4	4	6	4	4	4	4	4	7	7	4
	6	5	4	5	4	4	4	4	5	7	7	4

Tab. 6. Die beobachteten und berechneten Werte der Bewölkung (13ter Februar 1968)

Die Werte der b_{00} -Koeffizienten sind wie folgt:

Juli 3. 1968		13. Februar 1968.	
Östliche Feldhälfte	Westliche Feldhälfte	Östliche Feldhälfte	Westliche Feldhälfte
3,52	4,23	7,40	6,83

Und jetzt wollen wir die in der Hydrometeorologischen Zentrale der Sowjetunion dargestellten, sich auf die oben behandelten zwei Wetterlagen beziehenden Neph-Analysen-Karten betrachten. Im Juli 1968 befindet sich im nordöstlichen Teil des untersuchten Gebietes ein Frontal-Wolkensystem; westlich von diesem Frontal-Wolkensystem – sich auf nahezu identisches Breitenintervall ausbreitend – befand sich ein Wolkenmassiv bestehend aus mehreren Schichten. Eine ausgedehnte Wolkenzone konnte auch im nordwestlichen Teil des analysierten Gebietes wahrgenommen werden, während an den südlicheren Teilen des Gebietes – entsprechend dem Charakter der Jahreszeit – sehen wir nur geringe Bedeckungswerte.

Auch die Wolkenverhältnisse des untersuchten Wintertages zeigen keine einfache Struktur. Im zentralen Teil des Gebietes, besonders in der nördlichen Hälfte finden wir – der Neph-Analyse entsprechend – eine ausgedehnte, mehrschichtige Bewölkung. An der westlichen Grenze des Gebietes können sogar zwei Wirbelkerne herausanalysiert werden. In Gegensatz zum sommerlichen Bild zeigt sich eine Bewölkung auch in den südlicheren Breiten, besonders aber im südöstlichen Teilgebiet.

Es ist nun unsere Aufgabe nachzusehen, in welchem Masse der 5-Grad-Zerlegung das grossräumige Wolkenfeld representiert, sowie in welchem Masse die Zerlegung mittels Tschebitscheff'scher Polynome die realen Verhältnisse zu widerspiegeln im Stande ist.

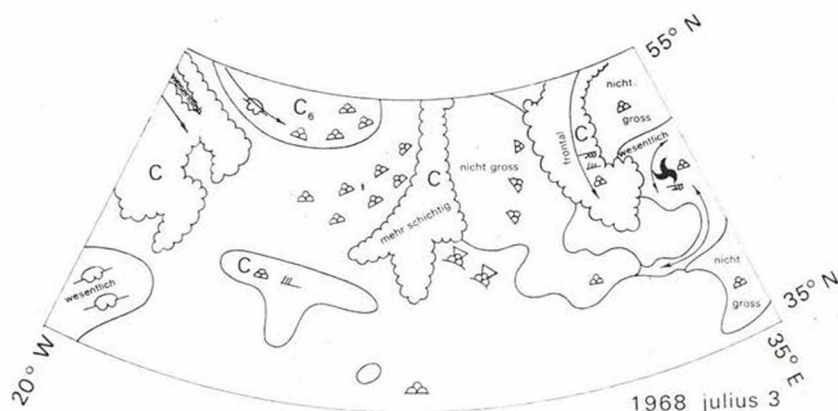


Abb. 2. 3ter Juli 1968

Zur Beantwortung der aufgeworfenen Frage zeigen wir die Verteilung der auf die Netzkpunkte berechneten und der tatsächlich beobachteten Bewölkung. Das Bild für den 3ten Juli 1968 spiegelt genau die Struktur des grossräumigen Bewölkungsfeld wieder: an den bedeckten Gebieten finden wir hohe Feldwerte, während in den weniger bedeckten Gebieten kleine Werte anzutreffen sind. In der linken oberen Ecke der Tabellenfelder finden wir die analysierten Werte, während die rechte untere Ecke diejenige Werte enthält, die durch Anwendung der Formel (4) berechnet wurden. Auch die numerischen Werte des tatsächlichen und des berechneten Feldes zeigen gute Übereinstimmung und geben im wesentlichen die besprochenen Genauigkeitsgrenzen an.

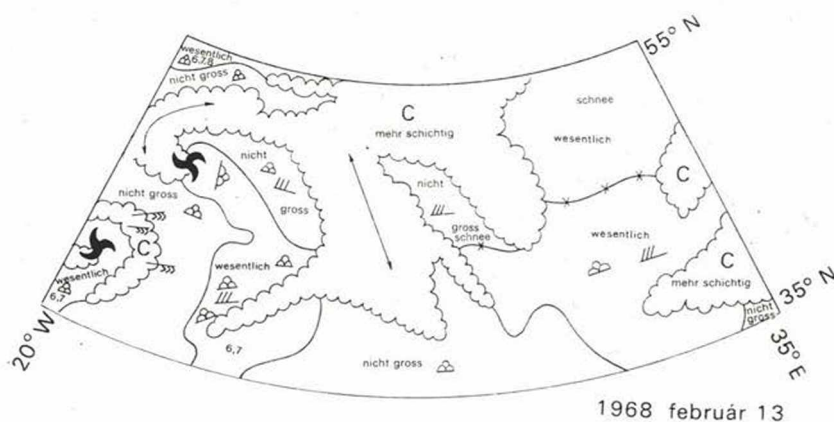


Abb. 3. 13ter Februar 1968

Gleichfalls finden wir eine genügende Beschreibungsart im Falle der winterlichen Bedeckungsverhältnisse am 13ten Februar 1968, hier ist sogar die Übereinstimmung noch grösser zwischen den berechneten und beobachteten Werten.

Aus der Auswertung der gezeigten Beispiele können wir diese Folgerungen ziehen:

1. Das grossräumige Bewölkungsfeld kann mit Hilfe der Tschebyscheff'schen Polynome mit gegebener Genauigkeit dargestellt werden.

2. Es ist zu hoffen, dass durch die Beschreibung mittels Tschebyscheff'scher Polynome von weiteren meteorologischen Feldern, zB. von absoluten und relativen Topographien sowie des Bodendruckes etc., und durch die Betrachtung der Koeffizientenwerte eine Mehrfachregressionsbeziehung zwischen dem Bewölkungsfeld und anderen meteorologischen Feldern gefunden werden könne.

3. Das angezeigte Verfahren kann auf maschinellm Wege und mit der von der Praxis erwünschten Schnelligkeit durchgeführt werden.

4. Die Beschreibung mittels Tschebytscheff'scher Polynome ermöglicht eine recht kompakte Speicherung der an das Wolkenfeld beziehenden Informationen.

5. Bei der Erforschung der analogen Wolkenfelder kann die Zerlegung mittels Tschebytscheff'scher Polynome als geeignetes Hilfsmittel gehandhabt werden.

LITERATUR

- C e h a k [1962]: Die Verwendung von orthogonalen Polynomen in der Meteorologie. Arch. f. Met. Geoph. u. Biokl. S. A. 12. 40–61.
- C z e l n a i, R. and F. R á k ó c z i [1971]: Expansions of Certain Meteorological Fields in Chebyshev Polynomials. Annales. Sectio Geologica Tomus XV. 17–28.
- M u s z a e l j a n, S. A. and A. Z. C s e k i r g a [1964]: O esiszlennij interpretacii informacii ob oblacsnoszti posztupajuscsej sz meteorologiceseszkij szputnyikov. Trudi G. G. O. vüp. 166. 189–202.
- M i l l e r, R. G [1966]: Advanced topics of statistical prediction in meteorology. WMO. Techn. Not. No. 71. 115–133.